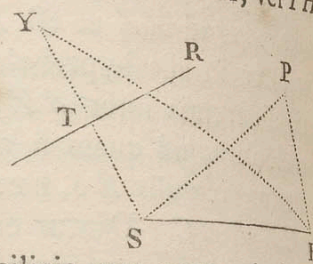


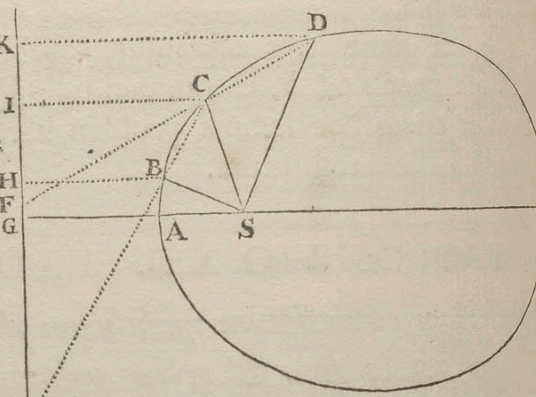
produc idem ad T , ut sit TT æqualis ST , & erit TH æqualis axi principali. Junge SP , HP , & erit SP differentia inter HP & axem principalem. Hoc modo si dentur plures tangentes TR , vel plura puncta P , devenietur semper ad lineas totidem TH , vel PH , a dictis punctis T vel P ad umbilicum H ductas, quæ vel æquantur axibus, vel datis longitudinibus SP differunt ab iisdem, atque ideo quæ vel æquantur sibi invicem, vel datas habent differentias; & inde, per lemma superius, datur umbilicus ille alter H . Habitis autem umbilicis una cum axis longitudine (quæ vel est TH ; vel, si trajectory ellipsis est, $PH+SP$; sin hyperbola, $PH-SP$) habetur trajectory. Q. E. I.



Scholium.

Ubi trajectory est hyperbola, sub nomine hujus trajectoryæ oppositam hyperbolam non comprehendo. Corpus enim pergendo in motu suo in oppositam hyperbolam transire non potest.

Casus ubi dantur tria puncta sic solvitur expeditius. Dentur puncta B, C, D . Junctas BC, CD produc ad E, F , ut sit EB ad EC ut SB ad SC , & FC ad FD ut SC ad SD . Ad EF ductam & productam demitte normales SG, BH , inque GS infinite producta cape GA ad AS & G a ad a ut est HB ad BS ; & erit A vertex, & A a axis principalis trajectoryæ: quæ, perinde ut GA major, æqualis, vel minor fuerit quam AS , erit ellipsis, parabola vel hyperbola; puncto a in primo casu cadente ad eandem partem lineæ GF cum puncto A ; in secundo casu abeunte in infinitum; in tertio cadente ad contrariam partem lineæ GF . Nam si demittantur ad GF perpendiculara CI, DK ; erit IC ad HB ut EC ad EB , hoc est, ut SC ad SB ; & vicissim IC ad SC ut HB ad SB five ut GA ad SA . Et



Et simili argumento probabitur esse KD ad SD in eadem ratione. Jacent ergo puncta B, C, D in conic sectione circa umbilicum S ita descripta, ut rectæ omnes, ab umbilico S ad singula sectionis puncta ductæ, sint ad perpendiculara a punctis iisdem ad rectam GF demissa in data illa ratione.

Methodo haud multum dissimili hujus problematis solutionem tradit clarissimus geometra de la Hire, conicorum fuorum lib. VIII. prop. xxv.

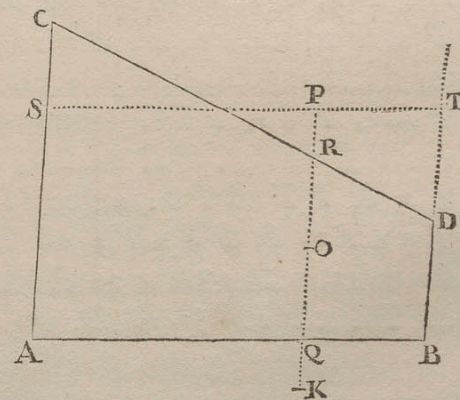
SECTIO V.

Inventio orbium ubi umbilicus neuter datur.

LEMMA XVII.

Si a data conicæ sectionis puncto quovis P ad trapezii aliqujus $ABDC$, in conica illa sectione inscripti, latera quatuor infinite producta AB, CD, AC, DB totidem rectæ PQ, PR, PS, PT in datis angulis ducantur, singula ad singula: rectangulum ductarum ad opposita duo latera $PQ \times PR$, erit ad rectangulum ductarum ad alia duo latera opposita $PS \times PT$ in data ratione.

Cas. 1. Ponamus primo lineas ad opposita latera ductas parallelas esse alterutri reliquorum laterum, puta PQ & PR lateri AC , & PS ac PT lateri AB . Sintque insuper latera duo ex oppositis, puta AC & BD , sibi invicem parallela. Et recta, quæ bisecat parallela illa latera, erit una ex diametris conicæ sectionis, & bisecabit etiam RQ . Sit O punctum in quo RQ bisecatur, & erit PO ordinatim applicata ad diametrum illam. Produc PO ad K , ut sit OK æqualis PO , & erit OK ordinatim applicata ad contrarias partes diametri. Cum igitur puncta A, B, P & K sint ad conicam sectionem, & PK fecerit AB in dato angulo, erit (per prop. 17, 19, 21 & 23. lib. III. conicorum



corum